2Г

УДК 519.246.8

Т.В. Гурьянова
Донецкий национальный технический университет, г. Донецк, Украина
gurianova_taya@ukr.net

Определение интервалов квазистационарности экономических систем

В работе рассмотрен вопрос определения оптимального интервала адаптации алгоритма динамического управления капиталом для нестационарного случая методами расчета показателя Херста и построения автокорреляционной функции для анализа временных рядов. Проведен анализ влияния выбора интервала адаптации на эффективность алгоритма. Из анализа полученных результатов следует, что метод расчета показателя Херста позволяет более эффективно, чем метод построения автокорреляционной функции, определить интервал стационарности модели функционирования экономической системы.

Введение

В своей монографии [1] Р. Винс разработал оригинальную теорию «оптимального *f*». В работах [2-4] нами показано, что применение эмпирического метода нахождения «оптимального *f*» Р. Винса в алгоритмах динамического управления капиталом (ДУК) нуждается в серьезной корректировке. Применение новых методов позволяет существенно повысить эффективность алгоритмов ДУК. Это наглядно проявляется для нестационарных моделей функционирования экономических систем. В то же время остается открытым вопрос о влиянии интервала адаптации на эффективность предлагаемых алгоритмов ДУК и выбора оптимальной величины этого интервала.

Анализируемые модели функционирования экономической системы

Целью исследований в данной работе является анализ эффективности алгоритма ДУК при выборе различных интервалов адаптации. Эффективность алгоритма оценивалась величиной среднего геометрического (G) доходности, достигнутой для алгоритма за отчетный период. Задачей оптимизации являлось достижение максимального значения величины G для анализируемой модели функционирования экономической системы. Одной из задач исследования была разработка метода определения интервала квазистационарности методом анализа показателя Херста временного ряда.

В качестве экономико-математической модели функционирования экономической системы, как и в работах [2-4], используется модель, входными характеристиками которой является одномерный временной ряд случайных величин выигрышей и проигрышей ($\{x_i\}$).

Пусть x_i – значение i-го элемента функционирования экономической системы. Предположим, что на интервале стационарности временной ряд этих значений может быть описан законом распределения с функцией плотности вероятностей $W(x)$ (здесь x – значение случайной величины).

В большинстве экономических систем значения $\{x_i\}$ подчиняются нормальному закону распределения, что вытекает из центральной предельной теоремы. Таким образом, на интервале стационарности модель может быть задана двумя числовыми характеристиками: математическим ожиданием (M) и дисперсией (SD^2). В то же время для реальной экономической системы на значения $\{x_i\}$ накладываются некоторые ограничения, которые в нашем случае формулируются следующим образом:

– максимальный проигрыш не может быть больше 100% (таким образом, $x_i \geq -1\ \forall i$);

– максимальный выигрыш не может превышать некоторого значения (в работе принято $x_i \leq 1\ \forall i$).

Для генерации данных использовались стандартные средства табличного процессора MS Excel, алгоритм подробно описан в работах [2-4]. Для имитации нестационарности реализации $\{x_i\}$ проводилась модуляция ряда по синусоидальному закону с частотой Ω («медленные» изменения), 10Ω («быстрые» изменения) и без модуляции (стационарный ряд). При генерации модулированных данных использовались два различных интервала стационарности: $\tau_{cm} = 20$ («короткий» интервал) и $\tau_{cm} = 60$ («длинный» интервал). Таким образом, для характеристики нестационарной модели функционирования экономической системы наряду с параметрами M и SD вводятся параметры τ_{cm} и Ω. Были исследованы 5 различных моделей функционирования экономической системы: 1) стационарная модель (СМ); 2) модель с «медленными» изменениями и «длинным» интервалом стационарности (МДМ); 3) модель с «медленными» изменениями и «коротким» интервалом стационарности (МКМ); 4) модель с «быстрыми» изменениями и «длинным» интервалом стационарности (БДМ); 5) модель с «быстрыми» изменениями и «коротким» интервалом стационарности (БКМ).

Анализируемые алгоритмы ДУК

Вопросы выбора алгоритма ДУК подробно обсуждались нами в [2-4]. Данная работа посвящена анализу влияния выбора интервала адаптации на эффективность алгоритма, в связи с чем, вопрос о выборе анализируемого алгоритма не является актуальным. Для анализа был выбран эмпирический метод «оптимального f» Р. Винса [1], который может быть описан формулой:

$$K_n\big|_{\max} = \prod_{j=1}^{n}\left(1 + \frac{(-x_j)}{x_{\min}} \cdot f^*\right), \tag{1}$$

где $n = \tau_{cm}$ – интервал адаптации для оценки последующего поведения ряда, x_j – величина выигрыша или проигрыша системы (исторические данные), взятая с противоположным знаком; $x_{\min}$ – самый большой проигрыш системы (всегда со знаком «–»), вычисленный на интервале адаптации.

Метод определения f^* для каждого шага подробно описан в [3] и сводится к так называемому «наивному прогнозу» [5]. В этом случае считается, что если на n-м шаге адаптации определена величина f^*, то на ($n+1$)-м шаге она изменяется незначительно и ее можно считать прогнозной.

Вопросу выбора τ_{cm} внимания не уделялось, использовалось известное значение интервала стационарности анализируемой модели функционирования экономической системы. Следует отметить, что определение величины этого интервала не является тривиальной задачей.

В то же время можно предполагать, что выбор малого интервала адаптации алгоритма $n << \tau_{cm}$ приводит к невысокой точности прогнозного значения f^*, а выбор слишком большого интервала адаптации $n >> \tau_{cm}$ приводит к искажению прогнозного значения f^*.

При проведении оценки алгоритма ДУК в качестве критерия эффективности была использована величина G, достигнутая для алгоритма за отчетный период (L):

$$G = (K/K_0)^{1/L}, \tag{2}$$

где K и K_0 – соответственно величина наращенного капитала в конце отчетного периода и величина начального капитала инвестора, L – количество сделок.

Результаты анализа моделей функционирования экономических систем методом построения автокорреляционной функции

Стандартным методом анализа динамических рядов является метод построения автокоррелограмм [6]. Автокоррелограмма показывает численно и графически автокорреляционную функцию (АКФ) – коэффициенты автокорреляции для последовательности лагов из определенного диапазона. Интерес в этом случае представляют наиболее сильные (высоко значимые) автокорреляции.

Анализ АКФ для МКМ системы свидетельствует о высоком значении показателя автокорреляции для лагов $12 < \tau < 61$ и $93 < \tau < 180$ (отличен от 0 на уровне значимости $p < 0{,}05$). Для МДМ системы высокое значение показателя автокорреляции для лагов $1 < \tau < 140$. Для СМ системы высокое значение показателя автокорреляции (отличен от 0 при $p < 0{,}05$) наблюдается для лагов $126 < \tau < 178$.

Таким образом, можно полагать, что для МКМ системы интервал адаптации не должен превышать $\tau = 60$, а для МДМ систем интервал адаптации не должен превышать $\tau = 140$.

Анализ АКФ функции для БКМ системы не позволяет сделать какого-либо заключения о характере динамического ряда. Анализ АКФ для БДМ системы свидетельствует о высоком значении показателя автокорреляции для лагов $1 < \tau < 80$ и $140 < \tau < 200$ (отличен от 0 при $p < 0{,}05$).

Алгоритм анализа нестационарных временных рядов с помощью показателя Херста

Для характеристики поведения нестационарных временных рядов в настоящее время применяется метод расчета фрактальной размерности ряда (показатель Херста H) [7], [8]. Значение показателя Херста может изменяться от 0 до 1. При $H = 1$ ряд называется персистентным (последующие изменения значений временного ряда наследуют его предыдущее поведение), при $H = 0{,}5$ ряд будет случайным (последующие значения временного ряда не связаны с его предыдущими значениями), при $H = 0$ ряд будет антиперсистентным (последующие изменения значений временного ряда противоположны его предыдущему поведению). При этом характер поведения ряда может меняться на различных временных промежутках.

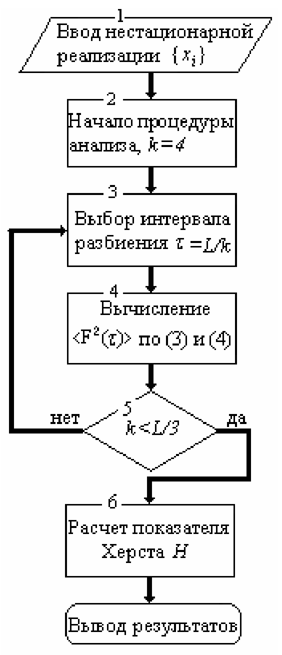


Рисунок 1 – Структурная схема реализации метода DFA расчета показателя Херста

В работе [9] представлен один из методов расчета показателя Херста временного ряда, известный как Detrended Fluctuation Analysis (DFA). Данный метод позволяет рассчитать показатель Херста для различной глубины анализа τ.

При проведении расчета методом DFA весь временной ряд анализируемых показателей X разбивается на отрезки равной длины τ. Для каждого k-го отрезка разбиения определяется линейный локальный тренд $z(t) = a \cdot t + b$. Для этого отрезка DFA функция F определяется соотношением:

$$F_k^2(\tau) = \frac{1}{\tau} \sum_{t=k\tau+1}^{(k+1)\cdot\tau} (X(t) - z(t))^2 . \qquad (3)$$

Среднее значение этой функции $< F^2(\tau) >$ по всем L/τ интервалам разбиения есть функция от τ:

$$< F^2(\tau) >= \frac{\tau}{L} \sum_{k=0}^{\frac{L}{\tau}-1} F_k^2(\tau). \qquad (4)$$

При этом $< F^2(\tau) >$ связано с τ соотношением [8]:

$$\sqrt{< F^2(\tau) >} \sim \tau^H , \qquad (5)$$

где H – показатель Херста ряда. Отсюда, строя зависимость $\ln(\sqrt{< F^2(\tau) >})$ от $\ln(\tau)$, определяется наклон аппроксимирующей прямой и оценивается значение показателя Херста по алгоритму, приведенному на рис. 1.

Результаты анализа моделей функционирования экономических систем методом DFA

На рис. 2 в качестве примера представлены результаты анализа фрактальной размерности МДМ модели функционирования экономической системы.

Из проведенного анализа следует, что для МДМ системы для интервалов $\tau < 48$ характер поведения ряда близок к случайному ($H \approx 0{,}5$), для интервалов $48 \le \tau < 209$ ряд является антиперсистентным ($H \approx 0$), для интервалов $\tau \ge 209$ ряд является персистентным ($H \approx 1$). Таким образом, для МДМ системы интервал стационарности $48 \le \tau_{cm} < 209$ (значение при генерации $\tau_{cm} = 60$).

Для МКМ системы для интервалов $\tau < 22$ характер поведения ряда близок к случайному ($H \approx 0{,}5$), для интервалов $22 \le \tau < 63$ ряд является антиперсистентным ($H \approx 0$), для интервалов $\tau \ge 63$ ряд является персистентным ($H \approx 1$). Антиперсистентность ряда свидетельствует о возврате его значений обратно при их отклонении от среднего, что является признаком его стационарности, следовательно, интервал стационарности этой системы $22 \le \tau_{cm} < 63$ (значение при генерации $\tau_{cm} = 20$).

Для СМ системы интервал антиперсистентности выделен быть не может, для всех значений τ характер поведения ряда близок к случайному ($H \approx 0{,}5$).

В случае моделей функционирования экономических систем с «быстрыми» изменениями интервал антиперсистентности короче и выделяется не так явно, как для случая «медленных» изменений. Для БКМ системы интервал стационарности $24 \le \tau_{cm} < 29$ (значение при генерации $\tau_{cm} = 20$), для БДМ системы интервал стационарности $43 \le \tau_{cm} < 110$ (значение при генерации $\tau_{cm} = 60$).

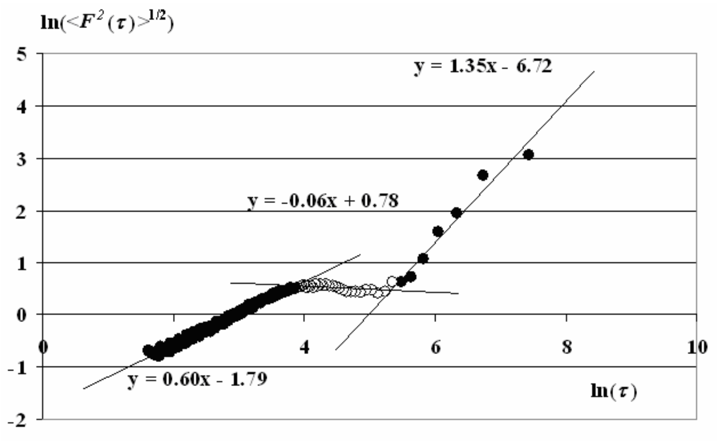


Рисунок 2 – Результаты анализа фрактальной размерности временных рядов МДМ модели функционирования экономической системы методом DFA.

Сравнивая полученные результаты с результатами для метода анализа АКФ, можно отметить большую эффективность метода расчета фрактальной размерности ряда, который позволяет оценить верхнюю и нижнюю границу интервала квазистационарности ряда.

Результаты анализа алгоритма ДУК для различных интервалов адаптации

Для проверки предположения о влиянии интервала адаптации алгоритма ДУК на его эффективность были проведены расчеты значений $G_{опт}$ для различных значений (n) этого интервала. На рис. 3 в качестве примера приведена зависимость $G_{опт}(n)$ для МДМ модели функционирования экономической системы.

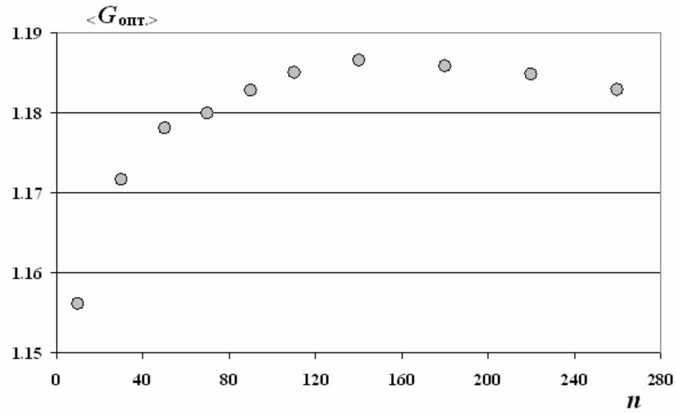


Рисунок 3 – Зависимость $G_{опт}$ от значений интервала адаптации n для МДМ модели функционирования экономической системы

Из анализа полученных результатов следует, что первоначальное предположение о наличии оптимального интервала адаптации n, которое не должно сильно отличаться от интервала стационарности $\tau_{ст}$, верно. Так, для МКМ системы максимального значения $G_{опт}$ достигает при $n = 80$, для МДМ системы – при $n = 140$. Аналогичные результаты получены и для моделей функционирования экономических систем с быстрыми изменениями.

Следует отметить, что анализ, проведенный для алгоритмов более эффективных, чем эмпирический метод определения «оптимального f» Р. Винса, дает более выраженную зависимость $G_{опт}$ от n.

Выводы

Из проведенного анализа можно сделать следующие выводы:

1. Метод построения АКФ позволяет дать верхнюю границу оценки интервала квазистационарности $\tau_{ст}$, модели функционирования экономической системы.

2. Метод DFA анализа временных рядов с помощью показателя Херста позволяет эффективно определить интервал стационарности $\tau_{ст}$ модели функционирования экономической системы и является в этом отношении более эффективным, чем метод построения АКФ.

3. Эффективность метода DFA анализа временных рядов с помощью показателя Херста снижается при повышении степени нестационарности временных рядов, оставаясь при этом более эффективным, чем метод построения АКФ.

4. Эффективность алгоритма ДУК зависит от интервала адаптации n и близка к оптимуму при значениях n, близких к $\tau_{ст}$.

Литература

1. Винс Р. Математика управления капиталом. Методы анализа риска для трейдеров и портфельных менеджеров / Винс Р. ; [пер. с англ.] – М. : Альпина Паблишер, 2001. – 400 с.
2. Смирнов А.В. Об «оптимальном f» Ральфа Винса / Смирнов А.В., Гурьянова Т.В. // Наукові праці Донецького національного технічного університету. – Вип. 9 (132). – Донецк : ДонНТУ, 2008. – С. 216-220. – (Серія «Інформатика, кібернетика та обчислювальна техніка».)
3. Смирнов А.В. Новое в динамическом управлении капиталом / Смирнов А.В., Гурьянова Т.В. // Наукові праці Донецького національного технічного університету. – Вип. 10 (153). – Донецк : ДонНТУ, 2009. – С. 230-233. – (Серія «Інформатика, кібернетика та обчислювальна техніка»)
4. Смирнов А.В. Многокритериальный анализ эффективности алгоритмов динамического управления капиталом / Смирнов А.В., Гурьянова Т.В. // Наукові праці Донецького національного технічного університету. – Вип. 10 (153). – Донецк : ДонНТУ, 2009. – С. 320-323. – (Серія «Інформатика, кібернетика та обчислювальна техніка».)
5. Нейман Э.Л. Трейдер-инвестор / Нейман Э.Л. – К. : ВИРА – Р, 2000. – 640 с.
6. Елисеева И.И. Эконометрика / Елисеева И.И. – М. : Финансы и статистика, 2004. – 344 с.
7. Федер Е. Фракталы / Федер Е. ; [пер. с англ.]. – М. : Мир, 1991. – 254 с.
8. Lux T. Detecting Multi-Fractal Properties in Asset Returns / T. Lux // Assessment of the 'Scaling Estimator'. International Journal of Modern Physics. – 15. – 2004. – P. 481-491.
9. Time and scale Hurst exponent analysis for financial markets Physica A / José A.O. Matos, Sílvio M.A. Gama, Heather J. Ruskin // Statistical Mechanics and its Applications. – Vol. 387, Issue 15. – 15 June 2008. – P. 3910-3915.

Т.В. Гур'янова

Визначення інтервалів квазістаціонарності економічних систем

Робота присвячена питанню визначення оптимального інтервалу адаптації алгоритму динамічного керування капіталом для нестаціонарного випадку за допомогою методів розрахунку показника Херста і побудови автокореляційної функції задля аналізу часових рядів. Проведено аналіз впливу вибору інтервалу адаптації на ефективність алгоритму. Порівняння результатів проведеного аналізу дозволяє стверджувати, що метод розрахунку показника Херста дозволяє більш ефективно, ніж метод побудови автокореляційної функції, визначити інтервал стаціонарності моделі функціонування економічної системи.

Статья поступила в редакцию 28.12.2009.